



Le Costruzioni Geometriche

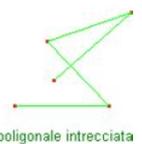
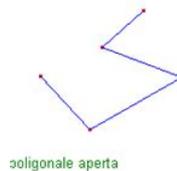
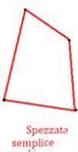
Gli *Enti geometrici fondamentali* sono: *Punto*, privo di dimensioni, si indica con una lettera maiuscola dell'alfabeto latino (A,B,C..); *Linea retta*, una serie infinita di punti allineati secondo un'unica direzione (due rette sono parallele se, pur appartenendo allo stesso piano, non hanno punti in comune, perpendicolari se si incontrano formando angoli retti, incidenti se hanno un punto in comune); è orizzontale una linea retta parallela ad una immaginaria linea di orizzonte, verticale la linea retta perpendicolare a questa, oblique tutte le rette inclinate; rette e linee si indicano con una lettera minuscola dell'alfabeto latino (a,b,c,..); *Semiretta*, una parte di retta che inizia da un punto detto origine; *Segmento* è una porzione di retta limitata da due punti detti estremi; *Spezzata*, una linea formata da segmenti consecutivi; *Linea curva* una linea in cui nessuna parte di essa è un segmento di retta; *Linea mista*, una linea formata da linee spezzate e curve; *Superficie* è la parte visibile di un corpo, può essere piana o curva a seconda della forma del corpo stesso; *Piano*, una superficie piana continua e illimitata (un insieme di punti o di rette infiniti). E' indicato con lettere minuscole dell'alfabeto greco. Un piano è individuato da tre punti non allineati o da una retta e un punto esterno a questa o da due rette che si incontrano in un punto (incidenti).

1 Poligoni Regolari

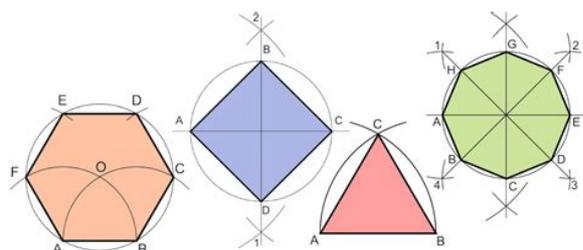
La definizione di **Poligono** per l' Enciclopedia Treccani è: "Figura geometrica piana limitata da tre o più segmenti che formino una **poligonale** chiusa non intrecciata."

La **Poligonale** (relativa ad un poligono) sempre per la Treccani, è una "linea spezzata, cioè sequenza finita di segmenti del tipo $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots$ ". I segmenti sono i **lati** della poligonale, disposti in modo che ciascuno (esclusi primo ed ultimo) abbia un estremo in comune con il segmento precedente e l'altro estremo in comune con il segmento successivo. I punti comune a due lati consecutivi sono i **vertici** della poligonale. Si ha:

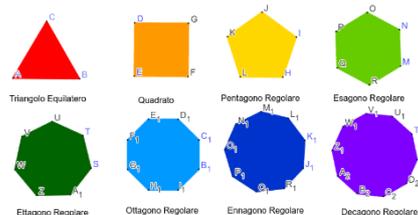
- ♦ una **Poligonale chiusa** se A_n coincide con A_1 (cioè l'ultimo segmento coincide con il primo);
- ♦ una **Poligonale aperta** quando il primo e l'ultimo segmento non coincidono;
- ♦ una **Poligonale semplice** se due qualsiasi suoi lati non hanno punti in comune oltre ai vertici, cioè se i lati del poligono non si intersecano;
- ♦ una **Poligonale complessa od intrecciata** in caso contrario, se non vi sono altri punti in comune fra i lati;
- ♦ una **Poligonale piana** se tutti i suoi vertici sono complanari.



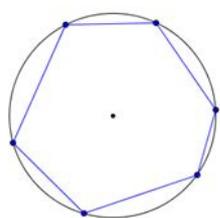
Si chiamano **Poligoni regolari** se hanno i lati e gli angoli uguali. I poligoni sono individuati (nella **nomenclatura**) dal numero degli angoli o dei lati; ecco alcuni tra i principali: **Triangolo** in quanto è formato da tre lati; **Quadrilatero** formato da quattro lati; **Pentagono** da cinque (penta in greco significa cinque); **Ettagono** da sette; **Ennagono** da nove; **Decagono** da dieci; **Endecagono** (endeca in greco significa undici) da undici; . I vertici, essendo punti, sono contrassegnati da una lettera maiuscola dell'alfabeto latino (A, B, C, ecc.) e si dispongono secondo una **successione antioraria**.



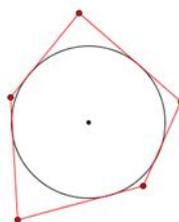
I poligoni regolari



Il poligono regolare si dice **circoscritto a una circonferenza** quando i suoi lati sono tangenti alla medesima (il poligono è posto fuori dalla circonferenza); **inscritto in una circonferenza** quando tutti i suoi vertici appartengono alla circonferenza (il poligono si trova dentro la circonferenza). I poligoni regolari possono sempre essere circoscritti o inscritti rispetto a una circonferenza.



Poligono inscritto in una circonferenza
La circonferenza è circoscritta al poligono

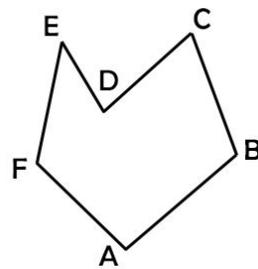
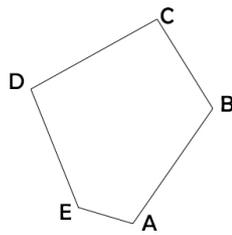


Poligono circoscritto a una circonferenza
La circonferenza è inscritta nel poligono

In base alla simmetria, un poligono è:

- ♦ *equilatero* se tutti i suoi lati sono uguali;
- ♦ *equiangolo* se tutti i suoi angoli sono uguali;
- ♦ *ciclico* se tutti i suoi vertici giacciono su un'unica circonferenza.

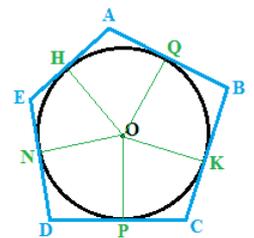
Un'altra suddivisione è tra *Poligoni convessi* (quando i prolungamenti dei loro lati sono esterni al poligono) e *Poligoni concavi* (quando i prolungamenti di almeno due lati sono interni al poligono).



Di conseguenza, si può dare una più approfondita definizione di Poligono regolare: un poligono che risulti convesso, equilatero ed equiangolo. Sarà *irregolare*, invece, in caso contrario (se non è regolare).

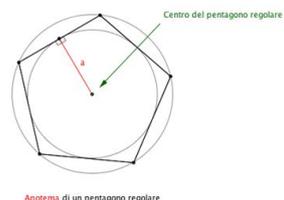
Elementi fondamentali nei Poligoni sono:

♦ *centro*, punto interno al perimetro equidistante dai lati e dai vertici;



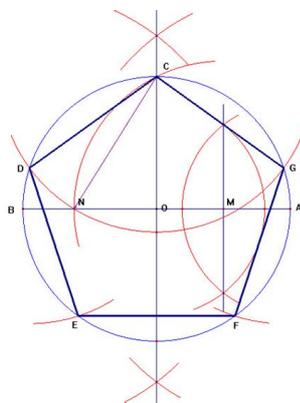
♦ *apotema*, raggio della circonferenza inscritta, il segmento che

parte dal centro fino al punto medio di un lato.



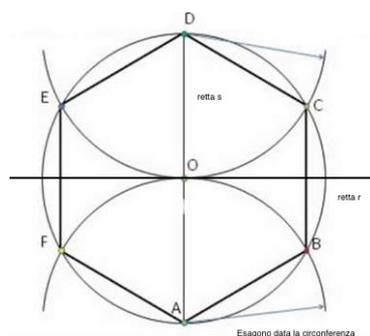
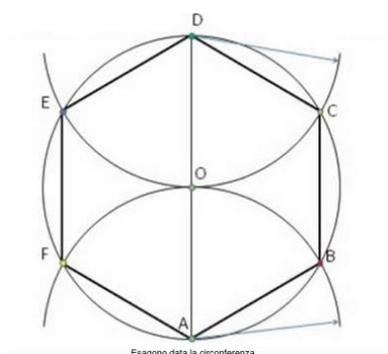
Costruzione di Poligoni data la circonferenza

◆ Nel 1° caso si tratta di costruire un *pentagono data la circonferenza*. Dopo le dovute *operazioni preliminari* (controllo e pulizia degli strumenti per il disegno, tempera delle mine, fissaggio e squadratura del foglio), *tracciare una retta*, od asse, parallela al margine orizzontale della squadratura (trovare cioè un riferimento assiale della figura). *Disegnare una circonferenza* individuando il punto medio M , pari alla metà del raggio. Puntando in M , con *apertura di compasso che va da M fino all'estremo superiore del diametro verticale*, si trova sul diametro orizzontale della circonferenza il punto 1 . Con *apertura di compasso $A1$* tracciare una porzione di circonferenza fino ad individuare i punti E e B . Sempre con la stessa apertura ($A1$), puntando prima in E e poi in B , *si trovano C e D* , ultimi punti estremi (o vertici) del pentagono. Il vocabolo deriva da *pente*, cinque in greco.



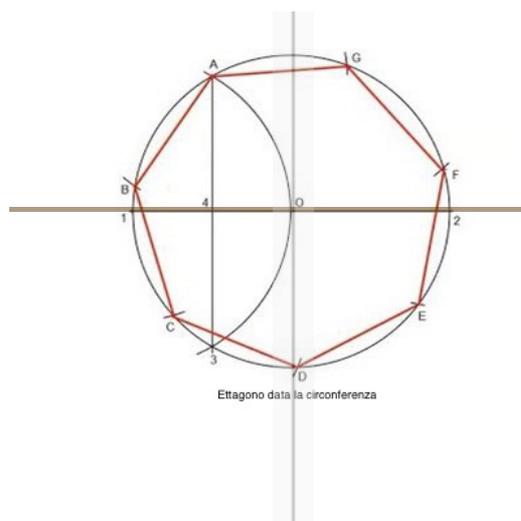
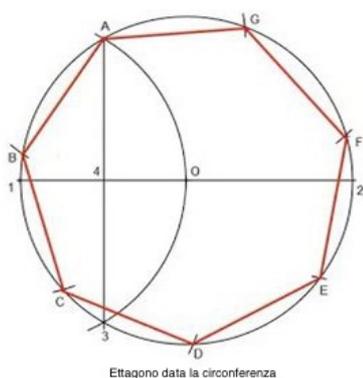
Vedi il video su pentagono data circonferenza https://youtu.be/ez8UBU6q_s

♦ Nel 2° caso si individua un *esagono data la circonferenza*. Dopo aver effettuato le solite operazioni preliminari ed aver posizionato il foglio in orizzontale (ossia con il lato lungo verso il supporto rigido su cui esso poggia), si traccia una *retta orizzontale r* (parallela al margine orizzontale della squadatura), poi una seconda *retta s verticale* (parallela al margine verticale della squadatura). Si punta il compasso nel punto *O*, generato dall'intersezione delle due rette e centro della circonferenza, con *apertura stabilita* (che rappresenta il raggio della circonferenza, in cui risulterà inscritto l'esagono da costruire, e che deve essere sufficientemente ampio affinché la costruzione risulti nitida). La circonferenza così tracciata intersecherà la retta verticale *r* nei due punti *A* e *D*. Si punta il compasso, sempre con stessa apertura, in *D* disegnando un arco che interseca la circonferenza nei punti *C* ed *E*. Poi si punta il compasso in *A* per tracciare un'altro arco di circonferenza che la incrocia in *B* ed *F*. Questi punti rappresentano i sei vertici dell'esagono richiesto (inscritto nella circonferenza di diametro dato); per completare la costruzione basterà unirli tra loro.



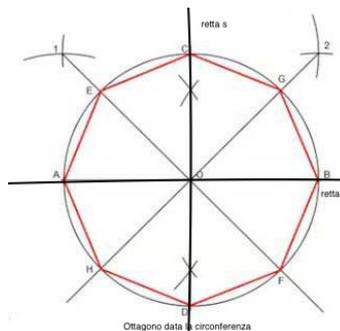
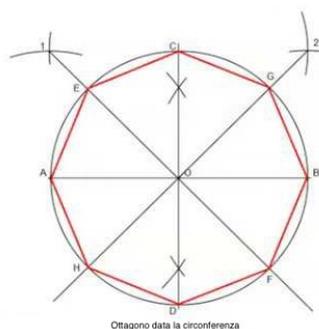
Vedi il video su esagono data la circonferenza <https://youtu.be/rbH-KIXgoUE>

♦ Il 3° caso si riferisce ad un *ettagono data la circonferenza*. Dopo le operazioni preliminari, si *tracciano le due rette r ed s*, rispettivamente, orizzontale e verticale (parallele al margine orizzontale e verticale della squadratura) che intercettano il centro O della circonferenza. La retta r (su cui insiste uno dei suoi diametri) interseca la circonferenza nei punti 1 e 2. Si *punta in 1 con apertura di compasso uguale al raggio stabilito* e si traccia un arco che interseca la circonferenza nei punti 3 e A, che vanno congiunti mediante una linea (perpendicolare ad r). Si trova il punto 4, dato dall'incontro di r con la suddetta linea. La misura lineare determinata dal *segmento A4* rappresenta la *dimensione del lato* della figura inscritta da costruire e va *riportata per sette volte lungo la circonferenza partendo dal punto A*. Si trovano tutti i sette vertici, che, uniti, formeranno l'ettagono richiesto. Il vocabolo deriva dal greco heptá, sette.



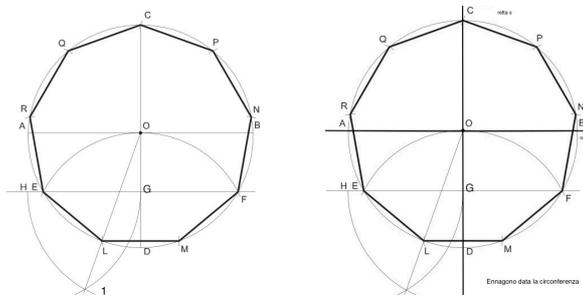
Vedi video ettagono data circonferenza <https://youtu.be/cKmTljNNap8>

♦ Nel 4° caso si tratta di costruire un *ottagono data la circonferenza*. Dopo le consuete ma necessarie operazioni preliminari, si *tracciano le due rette r ed s*, rispettivamente, *orizzontale e verticale* (parallele ai margini orizzontale e verticale della squadratura). Si *punta il compasso nel punto O*, intersezione delle rette e centro della circonferenza data, con *apertura uguale al raggio stabilito*. Le due rette intersecano la circonferenza nei quattro punti A, B, C e D (altrettanti vertici della figura da costruire). Si *punta in A ed in C con stessa apertura* (uguale al raggio) e si trova il punto 1. Successivamente, si *punta il compasso, senza variarne l'apertura, in B ed in D*, e si fissa il punto 2. I punti così trovati, 1 e 2 si collegano al centro proseguendo la linea fino ad *intersecare la circonferenza in basso*. Ecco tracciate due bisettrici che dividono gli angoli in otto parti uguali. I punti in cui circonferenza e bisettrici si incontrano (E, G, H, F) sono gli altri estremi della figura inscritta. *Unendo tra loro gli otto vertici si ottiene l'ottagono richiesto*. Va sempre ricordato, però, che si debbono indicare in successione e secondo il verso antiorario le lettere indicanti i vertici di una figura geometrica, piana o solida. Composto del greco *óktō*, otto e *gonía*, angolo.



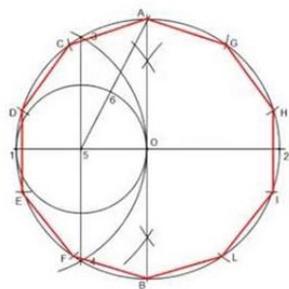
Vedi il video su ottagono data circonferenza <https://youtu.be/WQtmw9LXB6c>

♦ Il 5° caso è relativo ad un *ennagono data la circonferenza*. Dopo aver espletato le dovute operazioni preliminari, si *tracciano le due rette r ed s*, rispettivamente, *orizzontale e verticale* (parallele ai margini orizzontale e verticale della squadratura), rette su cui insistono i due diametri della circonferenza circoscritta al poligono. Si *trova il centro O* e si *traccia la circonferenza*, puntando in esso con raggio stabilito. Si *punta in D*, punto ottenuto dall'incontro della circonferenza con la retta s, sempre con la stessa apertura di compasso e si *ottengono i punti E ed F sulla circonferenza*, che vanno uniti per trovare *G* (punto medio del segmento EF). Si *punta il compasso in G* senza variare apertura (uguale al raggio) e si *traccia un arco* che va ad intersecare nel punto *H* il prolungamento della linea congiungente E con F. Poi si *punta il compasso nel punto H* con la stessa apertura, per tracciare l'arco che interseca il precedente nel punto *1*. Si *tira una linea* per congiungere il punto *1* con *O* che incontra la circonferenza nel punto *L* (uno dei vertici). Va *riportata la misura EL* (che coincide con la dimensione del lato) per nove volte sulla circonferenza a partire da *L*. Si *uniscono i nove vertici* tra loro. Il vocabolo deriva da ennea, nove in greco.

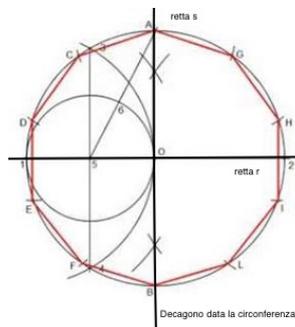


Vedi il video su *ennagono data circonferenza* https://youtu.be/lZDz_DYTYOM

♦ Nel 6° caso si tratta di individuare un *decagono data la circonferenza*. Successivamente alle operazioni preliminari, si inizia la costruzione *tracciando le rette r ed s* (su cui insistono i diametri della circonferenza), rispettivamente, orizzontale e verticale (parallele ai margini orizzontale e verticale della squadratura). Trovato così il centro O, si *punta il compasso in esso con apertura uguale al raggio stabilito e si traccia la circonferenza*. I punti A, B, 1 e 2 sono dati dall'intersezione delle suddette rette con la circonferenza. Si *punta il compasso in 1 con la stessa apertura e si trovano i punti 3 e 4*, che vanno *uniti mediante una linea per ottenere il punto 5*, cioè il punto medio del segmento avente per estremi 3 e 4. Si *unisce 5 con il punto A e si disegna una circonferenza avente raggio OS*, la quale incontra il segmento A5 nel punto 6. La *misura del segmento A6*, che corrisponde alla dimensione del lato del poligono da costruire inscritto alla circonferenza data, va *riportato dieci volte* lungo la circonferenza a partire dal punto A. Dopo aver trovato i *dieci vertici*, questi vanno *uniti tra loro a formare il decagono richiesto*. Il vocabolo deriva dal greco *déka*, Dieci e *gonía*, angolo.



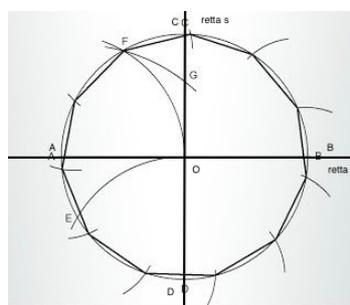
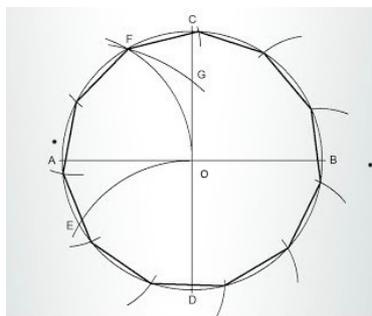
Decagono data la circonferenza



Decagono data la circonferenza

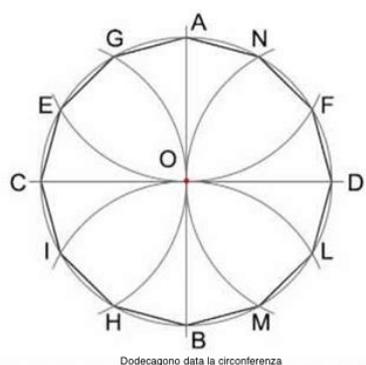
Vedi video decagono data circonferenza <https://youtu.be/JNPhA-vrDtE>

♦ Nel 7° caso si trova un *endecagono data la circonferenza*. Dopo le operazioni preliminari, si *tracciano le due rette r ed s*, rispettivamente, orizzontale e verticale (parallele ai margini orizzontale e verticale della squadratura); si *trova il centro O* e si punta in esso con apertura di compasso stabilita. Si *disegna la circonferenza* in cui risulterà inscritto il poligono da costruire. Le rette incontrano la circonferenza nei punti A, B, C e D. Si *punta in D con apertura uguale al raggio* (segmento OA) e si traccia un arco che interseca la circonferenza nel punto E. Si *punta in A senza cambiare apertura di compasso* e si trova il punto F. Si *punta in E con apertura uguale al segmento EF* e si traccia un arco di circonferenza che interseca il diametro verticale CD nel punto G. La *misura del segmento FG*, che rappresenta la dimensione del lato poligonale va riportata undici volte lungo la circonferenza a partire dal punto C. Si trovano gli undici vertici ed *unendoli tra loro* si ottiene l'endecagono richiesto. Il vocabolo deriva del latino hendecagonus e dal greco, composto di héndeka "undici" e gonía "angolo", da cui gono.

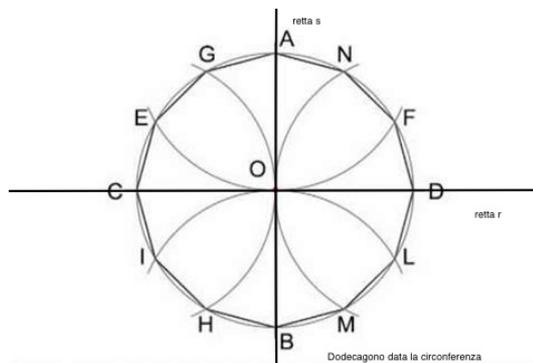


Vedi il video su endecagono data circonferenza. <https://youtu.be/LTulI-TAdI>

◆ Nell' 8° caso si tratta di un *dodecagono data la circonferenza*. Dopo le dovute *operazioni preliminari* (controllo e pulizia degli strumenti per il disegno, fissaggio e squadratura del foglio), si *tracciano le due rette r ed s*, rispettivamente, orizzontale e verticale (parallele ai margini orizzontale e verticale della squadratura) per *trovare il centro della circonferenza* in cui la figura da costruire risulta inscritta, che si indica con la lettera O. Si punta nel centro e si disegna la circonferenza con apertura di compasso uguale al raggio stabilito. Circonferenza e rette si incontrano nei punti A, B, C e D (vertici del dodecagono in costruzione). Puntando il compasso, senza cambiare apertura, in A, B, C, D si trovano i punti d'intersezione E, F, I, L, H, G, M ed N; cioè gli altri estremi della figura inscritta. Basterà unire tutti i dodici vertici tra loro per completare la costruzione ottenendo il dodecagono richiesto. Oltre a tener presente la successione ed il verso antiorario da dare alle lettere indicanti i vertici, si deve ricordare che la costruzione non va cancellata e deve essere disegnata con tratto leggero ma nitido; si calcherà leggermente (e senza creare doppie linee) soltanto la figura finale, il poligono. Il vocabolo deriva dal greco *dōdeka*, dodici e *gonía*, angolo.



Dodecagono data la circonferenza



Dodecagono data la circonferenza

Vedi il video su dodecagono data circonfer. <https://youtu.be/gSmpr6dX8ao>

Vedi il video su dodecagono dato il lato. <https://youtu.be/Xr7pmuOBkyQ>

Vedi il video sull' esagono dato il lato https://youtu.be/mOR6_7ed6OU

Vedi il video su ovolo dato l'asse minore <https://youtu.be/WPQuak96e3s>

Vedi il video su ovale dato l'asse maggiore <https://youtu.be/QdtwcmUwJx8>

Vedi il video su ovale dato l'asse minore <https://youtu.be/TqSIyQuCQ2Y>

Vedi il video su spirale a quattro centri <https://youtu.be/9efYLQaFZwI>

Vedi il video su spirale a tre centri https://youtu.be/2NA-7uXsX_E

Vedi il video su spirale a due centri <https://youtu.be/gfYzGmPtDAO>

Vedi il video su ellisse dati gli assi <https://youtu.be/xBOftuvugVO>