



## Le Costruzioni Geometriche

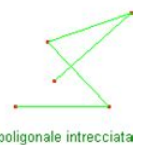
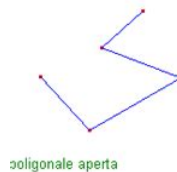
Gli *Enti geometrici fondamentali* sono: *Punto*, privo di dimensioni, si indica con una lettera maiuscola dell'alfabeto latino (A, B, C...); *Linea retta*, una serie infinita di punti allineati secondo un'unica direzione (due rette sono parallele se, pur appartenendo allo stesso piano, non hanno punti in comune, perpendicolari se si incontrano formando angoli retti, incidenti se hanno un punto in comune); è orizzontale una linea retta parallela ad una immaginaria linea di orizzonte, verticale la linea retta perpendicolare a questa, oblique tutte le rette inclinate; rette e linee si indicano con una lettera minuscola dell'alfabeto latino (a, b, c, ...); *Semiretta*, una parte di retta che inizia da un punto detto origine; *Segmento* è una porzione di retta limitata da due punti detti estremi; *Spezzata*, una linea formata da segmenti consecutivi; *Linea curva* una linea in cui nessuna parte di essa è un segmento di retta; *Linea mista*, una linea formata da linee spezzate e curve; *Superficie* è la parte visibile di un corpo, può essere piana o curva a seconda della forma del corpo stesso; *Piano*, una superficie piana continua e illimitata (un insieme di punti o di rette infiniti). È indicato con lettere minuscole dell'alfabeto greco. Un piano è individuato da tre punti non allineati o da una retta e un punto esterno a questa o da due rette che si incontrano in un punto (incidenti).

# 1 Poligoni Regolari

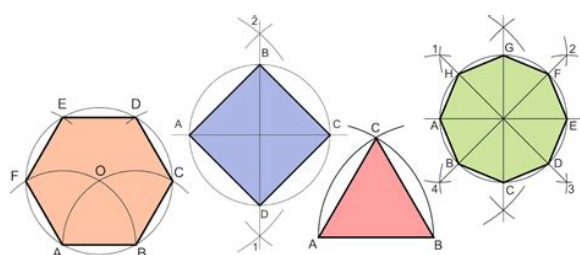
La definizione di **Poligono** per l' Enciclopedia Treccani è: "Figura geometrica piana limitata da tre o più segmenti che formino una **poligonale** chiusa non intrecciata."

La **Poligonale** (relativa ad un poligono) sempre per la Treccani, è una "linea spezzata, cioè sequenza finita di segmenti del tipo  $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots$ ". I segmenti sono i **lati** della poligonale, disposti in modo che ciascuno (esclusi primo ed ultimo) abbia un estremo in comune con il segmento precedente e l'altro estremo in comune con il segmento successivo. I punti comune a due lati consecutivi sono i **vertici** della poligonale. Si ha:

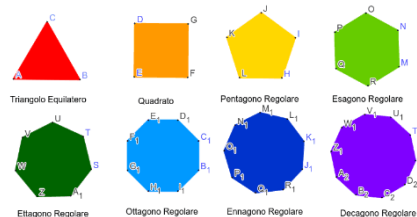
- ♦ una **Poligonale chiusa** se  $A_n$  coincide con  $A_1$  (cioè l'ultimo segmento coincide con il primo);
- ♦ una **Poligonale aperta** quando il primo e l'ultimo segmento non coincidono;
- ♦ una **Poligonale semplice** se due qualsiasi suoi lati non hanno punti in comune oltre ai vertici, cioè se i lati del poligono non si intersecano;
- ♦ una **Poligonale complessa od intrecciata** in caso contrario, se non vi sono altri punti in comune fra i lati;
- ♦ una **Poligonale piana** se tutti i suoi vertici sono complanari.



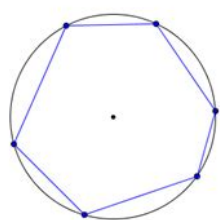
Si chiamano **Poligoni regolari** se hanno i lati e gli angoli uguali. I poligoni sono individuati (nella **nomenclatura**) dal numero degli angoli o dei lati; ecco alcuni tra i principali: **Triangolo** in quanto è formato da tre lati; **Quadrilatero** formato da quattro lati; **Pentagono** da cinque (penta in greco significa cinque); **Ettagono** da sette; **Ennagono** da nove; **Decagono** da dieci; **Endecagono** (endeca in greco significa undici) da undici; . I vertici, essendo punti, sono contrassegnati da una lettera maiuscola dell'alfabeto latino (A, B, C, ecc. ) e si dispongono secondo una **successione antioraria**.



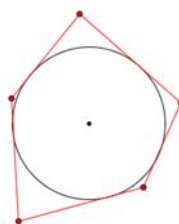
### I poligoni regolari



Il poligono regolare si dice **circoscritto a una circonferenza** quando i suoi lati sono tangenti alla medesima (il poligono è posto fuori dalla circonferenza); **inscritto in una circonferenza** quando tutti i suoi vertici appartengono alla circonferenza (il poligono si trova dentro la circonferenza). I poligoni regolari possono sempre essere circoscritti o inscritti rispetto a una circonferenza.



Poligono inscritto in una circonferenza  
La circonferenza è circoscritta al poligono

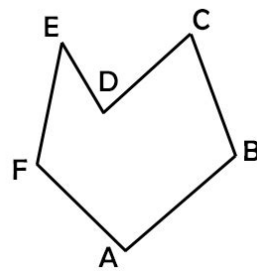
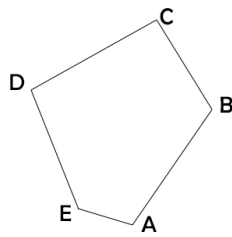


Poligono circoscritto a una circonferenza  
La circonferenza è inscritta nel poligono

In base alla simmetria, un poligono è:

- ♦ *equilatero* se tutti i suoi lati sono uguali;
- ♦ *equiangolo* se tutti i suoi angoli sono uguali;
- ♦ *ciclico* se tutti i suoi vertici giacciono su un'unica circonferenza.

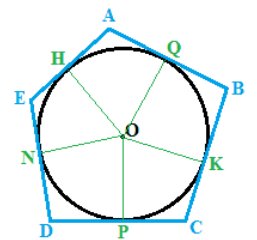
Un'altra suddivisione è tra *Poligoni convessi* (quando i prolungamenti dei loro lati sono esterni al poligono) e *Poligoni concavi* (quando i prolungamenti di almeno due lati sono interni al poligono).



Di conseguenza, si può dare una più approfondita definizione di Poligono regolare: un poligono che risulti convesso, equilatero ed equiangolo. Sarà *irregolare*, invece, in caso contrario (se non è regolare).

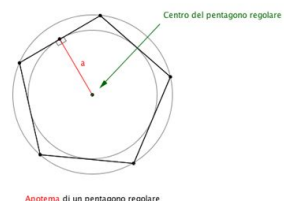
Elementi fondamentali nei Poligoni sono:

♦ *centro*, punto interno al perimetro equidistante dai lati e dai vertici;



♦ *apotema*, raggio della circonferenza inscritta, il segmento che

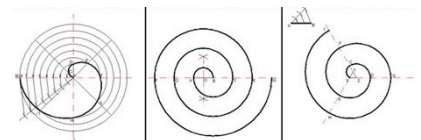
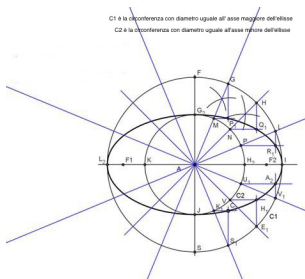
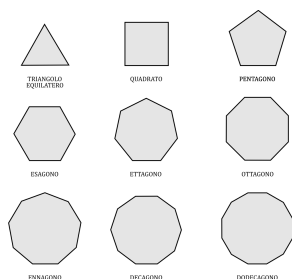
parte dal centro fino al punto medio di un lato.



# Le Costruzioni ed i Poligoni Regolari

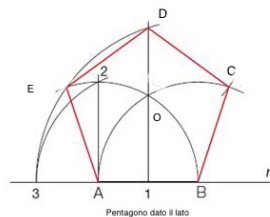
Per rappresentare graficamente figure geometriche piane (triangoli, quadrilateri, poligoni regolari, cerchio, ellisse, ovolo e ovale, linee curve), oltre ad imparare come utilizzare in modo corretto i materiali da Disegno, occorre esercitarsi in modo da ottenere un tratto di matita preciso ed individuare la giusta costruzione geometrica.

Ogni *costruzione geometrica elementare* è un problema da *risolversi graficamente*, mediante l'ausilio dei normali strumenti da Disegno ed *iniziando sempre dagli elementi noti* (elementi dati, come lato, punto, circonferenza, ecc.). Il Disegno si avvale della *tracciatura di rette, archi e circonferenze*. L'importanza di conoscere le costruzioni geometriche deriva dal fatto che esse sono alla base di qualunque metodo di *rappresentazione grafica*, proiezioni ortogonali, assonometria e prospettiva che siano. I principali Poligoni sono: *Triangoli e Quadrilateri* (già trattati nella prima parte delle Costruzioni geometriche); *Pentagoni* (figure piane con 5 lati e 5 angoli); *Esagoni* (6 lati ed angoli); *Ettagoni* (con 7 lati e 7 angoli); *Ottagoni* (8 lati ed 8 angoli); *Ennagoni* (figura con 9 lati ed angoli); *Decagoni* (Poligoni di 10 lati e 10 angoli); *Endecagoni* (11 lati e 11 angoli); *Dodecagoni* (figure piane con 12 lati e 12 angoli). Vi sono, inoltre, figure piane curve, come *Ovali ed Ovoli, Ellissi e Spirali*.



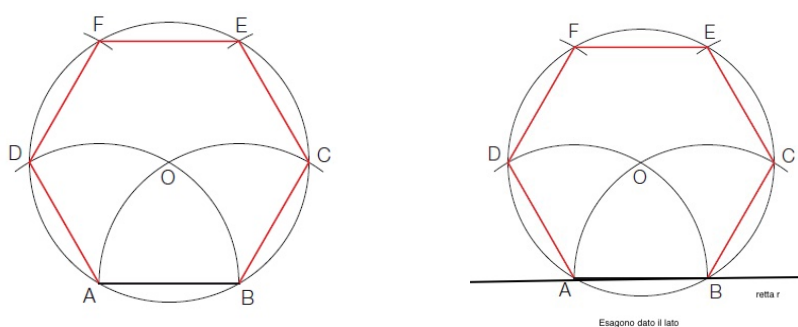
## Costruzione di Poligoni dato il lato

◆ Nel 1° caso si tratta di costruire un **pentagono dato il lato**. Dopo le dovute **operazioni preliminari** (controllo e pulizia degli strumenti per il disegno, tempera delle mine, fissaggio e squadratura del foglio), **tracciare una retta  $r$** , od asse, parallela al margine orizzontale della squadratura. **Staccare su di essa un segmento  $AB$**  di misura stabilita e **puntare sia in  $A$  che in  $B$**  (estremi del poligono) il compasso con **apertura uguale al lato ( $AB$ )** per trovare il punto  $O$ . **Suddividere il segmento  $AB$**  in due parti uguali, 1 sarà il punto medio di  $AB$ . **Disegnare la perpendicolare** al segmento  $AB$  dal suo estremo che interseca l'arco di circonferenza tracciato da  $B$  nel punto 2. **Puntare in 1 con apertura uguale al segmento 12** per tracciare un altro arco che incrocia la retta  $r$  nel punto 3. **Puntare poi il compasso in  $B$  con raggio  $B3$**  per trovare il punto  $D$ , intersezione con la prosecuzione della linea congiungente i punti 1 ed  $O$ . Da  $D$  si traccia un arco di circonferenza uguale ad  $AB$  per individuare il punto  $C$  nell'incontro con un precedente arco. L'altro estremo è il punto  $E$  che si trova all'incrocio tra l'arco passante per  $B$  e per  $A$ . **Unire i vertici** per ottenere il pentagono richiesto.



Vedi il video su pentagono dato il lato <https://youtu.be/9TtiDJyEr4>

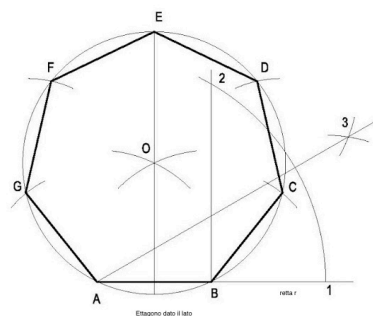
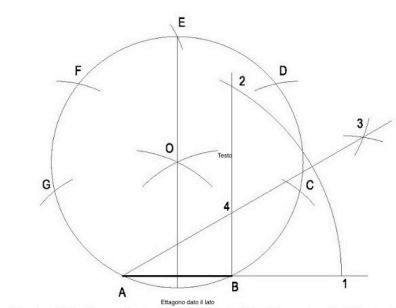
♦ Nel 2° caso si individua un **esagono dato il lato**. Dopo aver effettuato le solite operazioni preliminari ed aver posizionato il foglio in orizzontale (ossia con il lato lungo verso il supporto rigido su cui esso poggia), si **traccia una retta orizzontale  $r$**  (parallela al margine orizzontale della squadatura). Su di essa si **stacca il segmento  $AB$**  di misura stabilita (è il lato dell' esagono) e dagli **estremi  $A$  e  $B$**  si punta il compasso, con **apertura uguale al lato stesso**, tracciando due archi intersecantesi nel punto  $O$ , centro della circonferenza circoscritta al poligono. **Da  $O$  si disegna la circonferenza con raggio  $OA$**  che incontra i due archi in  $C$  e  $D$ . **Basterà puntare il compasso, con apertura uguale al lato  $AB$  sia in  $C$  che in  $D$**  per ottenere dalla loro intersezione con la circonferenza i punti  $E$  ed  $F$  (gli altri estremi della figura inscritta). **Questi sei punti sono i sei vertici dell'esagono richiesto**, basterà unirli tra loro per ottenere l' esagono regolare richiesto.



Vedi il video su esagono dato il lato <https://youtu.be/IKjB1DScWiA>

Vedi il video sull' esagono dato il lato [https://youtu.be/mOR6\\_7edBOU](https://youtu.be/mOR6_7edBOU)

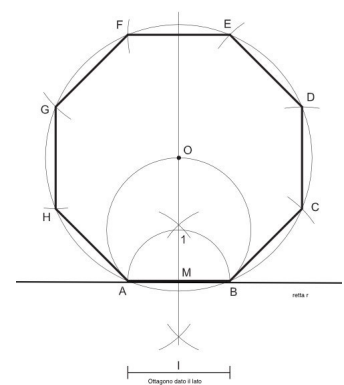
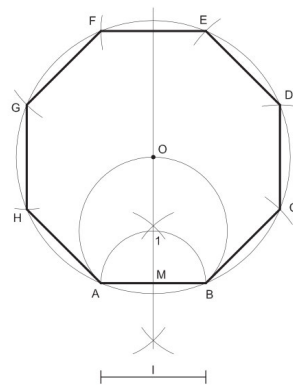
♦ Il 3° caso si riferisce ad un **ettagono dato il lato**. Dopo le operazioni preliminari, si **traccia la retta  $r$** , orizzontale (parallela al margine orizzontale della squadratura) e su di essa si **stacca il segmento dato  $AB$** . Si **prolunga da  $B$**  con misura uguale ad  $AB$  e si trova il punto  $1$ . Si **punta il compasso in  $A$  con apertura  $A1$**  e si **disegna un arco di circonferenza** che interseca la perpendicolare al segmento  $AB$  condotta da  $B$  nel punto  $2$ . Si **tracciano due archi di circonferenza, puntando sia in  $1$  che nel punto  $2$**  con stessa apertura di compasso uguale al segmento  $B1$  ottenendo dalla loro intersezione il punto  $3$ . Si **uniscono i punti  $3$  e  $A$  determinando il punto  $4$**  (dato dall'incrocio tra la perpendicolare condotta da  $B$  e la semiretta congiungente  $A$  e  $3$ ). La **misura del segmento  $A4$  rappresenta il diametro** della circonferenza circoscritta che va **disegnata una volta trovato il suo centro  $O$**  (tramite il disegno di due archi da  $A$  e da  $B$  con raggio  $A4$ ). Si **riporta a partire da  $A$  la misura del lato  $AB$  lungo la circonferenza per sette volte**. Si trovano tutti i sette vertici, che, uniti, formeranno, dunque, l'ettagono richiesto.



Vedi video ettagono dato il lato <https://youtu.be/6oFYbin6q-8>

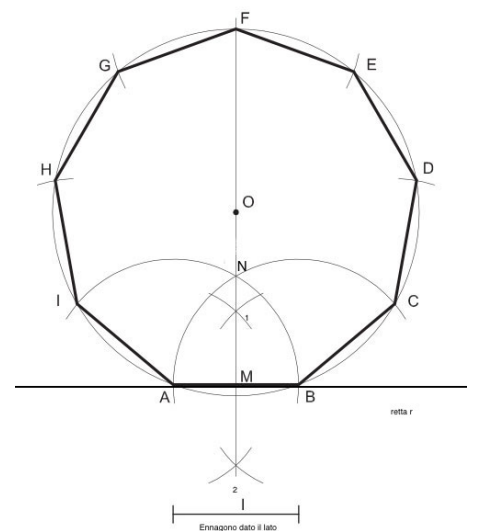
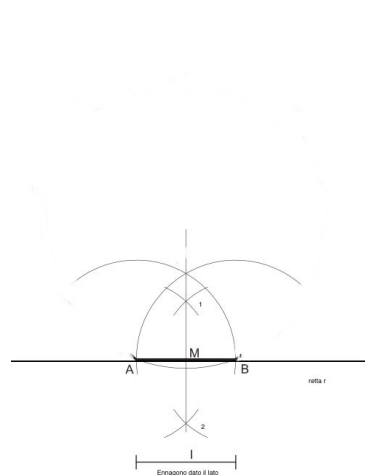


♦ Nel 4° caso si tratta di costruire un *ottagono dato il lato*. Dopo le consuete ma necessarie operazioni preliminari, si *traccia la retta r* orizzontale (parallela al margine orizzontale della squadratura) sulla quale si *stacca il segmento AB* di lunghezza stabilita. Si *punta il compasso nei punti A e B*, con *apertura uguale al lato stabilito* e si *tracciano due archi di circonferenza* trovando i punti 1 e 2, dalla cui *unione si individua M*, punto di mezzo del segmento AB. Si *disegna una semicirconferenza*, puntando il compasso in M con *apertura AM*, che *interseca la perpendicolare nel punto N*. Da tale punto si *traccia un arco avente raggio AN* che *intercetta (passa per) i punti A e B* ed *interseca la perpendicolare nel punto O*, centro della *circonferenza circoscritta* al poligono da costruire. Da O si *centra il compasso con apertura OA* e si *disegna la circonferenza* su cui si *riporta la misura del lato AB* in modo da *individuare tutti gli estremi del poligono*. *Unendo tra loro gli otto vertici si ottiene l'ottagono regolare richiesto*.



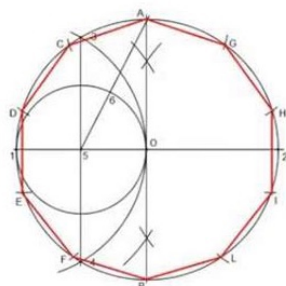
Vedi il video su *ottagono dato il lato* [https://youtu.be/TdpOq4\\_3CKE](https://youtu.be/TdpOq4_3CKE)

♦ Il 5° caso è relativo ad un *ennagono dato il lato*. Dopo aver espletato le dovute operazioni preliminari, si *traccia la retta r* orizzontale (parallela al margine orizzontale della squadratura). Si punta sia in A che in B con apertura di compasso maggiore della metà del lato AB per tracciare due archi di circonferenza che si incontrano nei punti 1 e 2. Collegandoli si ottiene la *perpendicolare al lato passante per M*, punto di mezzo. Si disegnano due archi di circonferenza puntando in A ed in B con raggio uguale al lato AB intersecantesi nel punto N. Si centra in N con raggio AM e si traccia un arco che *incrocia la perpendicolare nel punto O*, centro della circonferenza circoscritta al poligono. Puntando in O con apertura OA si disegna la circonferenza e si riporta la misura del lato per individuare gli estremi della figura inscritta. Basterà unire i nove vertici per ottenere l'ennagono regolare richiesto.



Vedi il video su *ennagono dato il lato* <https://youtu.be/AZZTKDKugo4>

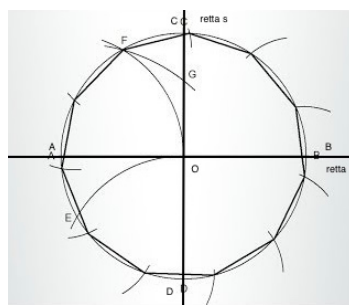
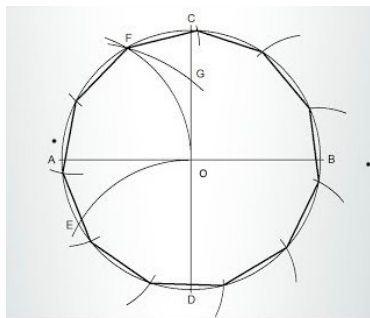
♦ Nel 6° caso si tratta di individuare un **decagono dato il lato**. Successivamente alle operazioni preliminari, si inizia la costruzione **tracciando le rette  $r$  ed  $s$**  (su cui insistono i diametri della circonferenza), rispettivamente, orizzontale e verticale (parallele ai margini orizzontale e verticale della squadratura). Trovato così il centro  $O$ , si **punta il compasso in esso con apertura uguale al raggio stabilito e si traccia la circonferenza**. I punti  $A, B, 1$  e  $2$  sono dati dall'intersezione delle suddette rette con la circonferenza. Si **punta il compasso in 1 con la stessa apertura e si trovano i punti 3 e 4**, che vanno uniti mediante una linea per ottenere il punto  $5$ , cioè il punto medio del segmento avente per estremi 3 e 4. Si **unisce 5 con il punto  $A$  e si disegna una circonferenza avente raggio  $OS$** , la quale incontra il segmento  $A5$  nel punto  $6$ . La **misura del segmento  $A6$** , che corrisponde alla dimensione del lato del poligono da costruire inscritto alla circonferenza data, va **riportato dieci volte** lungo la circonferenza a partire dal punto  $A$ . Dopo aver trovato i **dieci vertici**, questi vanno uniti tra loro a formare il decagono richiesto. Il vocabolo deriva dal greco *déka*, Dieci e *gonía*, angolo.



Decagono data la circonferenza

Vedi video decagono dato il lato [https://youtu.be/\\_e4iEt5qzt0](https://youtu.be/_e4iEt5qzt0)

♦ Nel 7° caso si trova un *endecagono dato il lato*. Dopo le operazioni preliminari, si *tracciano le due rette r ed s*, rispettivamente, orizzontale e verticale (parallele ai margini orizzontale e verticale della squadratura); si *trova il centro O* e si punta in esso con apertura di compasso stabilita. Si *disegna la circonferenza* in cui risulterà inscritto il poligono da costruire. Le rette incontrano la circonferenza nei punti A, B, C e D. Si *punta in D con apertura uguale al raggio* (segmento OA) e si traccia un arco che interseca la circonferenza nel punto E. Si *punta in A senza cambiare apertura di compasso* e si trova il punto F. Si *punta in E con apertura uguale al segmento EF* e si traccia un arco di circonferenza che interseca il diametro verticale CD nel punto G. La *misura del segmento FG*, che rappresenta la dimensione del lato poligonale va riportata undici volte lungo la circonferenza a partire dal punto C. Si trovano gli undici vertici ed *unendoli tra loro* si ottiene l'endecagono richiesto. Il vocabolo deriva del latino hendecagonus e dal greco, composto di hēndēka "undici" e gonía "angolo", da cui gono.



Vedi il video su endecagono dato circonferenza.

◆ Nell' 8° caso si tratta di un dodecagono dato il lato. Dopo le dovute operazioni preliminari (controllo e pulizia degli strumenti per il disegno, fissaggio e squadratura del foglio), si traccia la retta  $r$  orizzontale (parallela al margine orizzontale della squadratura) e si stacca su di essa il segmento  $AB$  di lunghezza stabilita. Si punta in  $A$  ed in  $B$  con raggio uguale al lato e si tracciano due archi di circonferenza intersecatisi nel punto  $P$ . Si traccia un arco da  $P$  con raggio  $AP$  che incrocia la perpendicolare nel punto  $O$ , centro della circonferenza circoscritta al poligono da costruire. Puntando in  $O$  con apertura  $OA$  si disegna la circonferenza passante per gli estremi del lato  $AB$ . Si riportano archi di ampiezza pari al lato  $AB$  lungo tutta la circonferenza per trovare gli altri estremi della figura inscritta.. Basterà unire tutti i dodici vertici tra loro per completare la costruzione ottenendo il dodecagono richiesto. Oltre a tener presente la successione ed il verso antiorario da dare alle lettere indicanti i vertici, si deve ricordare che la costruzione non va cancellata e deve essere disegnata con tratto leggero, continuo, nitido; si calcherà leggermente (senza creare doppie linee) soltanto la figura finale, il poligono.

Vedi il video su dodecagono dato il lato <https://youtu.be/pYFzKkuDmZw>

Vedi il video su dodecagono dato il lato. <https://youtu.be/XrzpmnOBkyQ>

Altri esempi di costruzione di figure geometriche piane, Ovale, Spirale, Ellisse,  
Poligono stellare:

Vedi il video su ovale dato l'asse minore <https://youtu.be/WPQuak96e3s>

Vedi il video su ovale dato l'asse maggiore <https://youtu.be/QdtwemUwJx8>

Vedi il video su ovale dato l'asse minore <https://youtu.be/TgSIyQuCQzY>

Vedi il video su spirale a quattro centri <https://youtu.be/9efY1QaFZhI>

Vedi il video su spirale a tre centri [https://youtu.be/2NA-7uXsX\\_E](https://youtu.be/2NA-7uXsX_E)

Vedi il video su spirale a due centri <https://youtu.be/gfVzGmPEDAO>

Vedi il video su ellisse dati gli assi <https://youtu.be/xBOFTuvuqVO>

Vedi il video su poligono stellare 4 punte <https://youtu.be/Rih4c2GnBrE>

Vedi il video su poligono stellare 8 punte <https://youtu.be/fXY4RL3jBpQ>

Vedi il video su poligoni stellari <https://youtu.be/S4VOVLqYhOs>